Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. G. Plonka-Hoch

SS 2010

Funktionalanalysis
(Blatt 8)

Aufgabe 1
Es seien B_1, B_2 endlichdimensionale Banachräume über $\mathbb{C}$. Was lässt sich über den Zusammenhang zwischen gleichmäßiger und punktweiser Konvergenz einer Operatorfolge $(A_n)_{n=1}^{\infty}$ mit $A_n \in L(B_1, B_2)$ sagen? (4P.)

Aufgabe 2
Sei X ein normierter Raum und $A \in L(X, X)$ ein festgelegter Operator.
Man überprüfe, ob

a) die Menge aller Operatoren $B \in L(X, X)$ mit $AB = 0$ einen abgeschlossenen Unterraum von $L(X, X)$ bildet,

b) die Menge aller Operatoren $B \in L(X, X)$ mit $AB = BA$ einen abgeschlossenen Unterraum von $L(X, X)$ bildet. (3P.)

Aufgabe 3
Es sei B ein reeller Banachraum und $A : B \to B$ ein additiver und stetiger Operator.
Man untersuche, ob A linear ist! (4P.)

Aufgabe 4
Sei H ein Hilbertraum und $\{e_k\}_{k=1}^{N}$, $N \in \mathbb{N}$ ein Orthonormalsystem in H. Der Operator $A : H \to H$ sei durch

$$Ax = \sum_{k=1}^{N} \langle x, e_k \rangle e_k$$

definiert. (Projektionsoperator).
Ist A linear und stetig?
Wie groß ist die Norm von A? (3P.)

Rückgabe: Montag, 21.06.2010 (in der Vorlesung)