Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. G. Plonka-Hoch

SS 2006

Übungen Lineare Algebra II
(Blatt 3)

Aufgabe 1

a) Man berechne die Oberfläche des Tetraeders mit den Eckpunkten $A = (1; 0, 0, 0)^T, B = (1; 1, 0, 0)^T, C = (1; 0, 2, 0)^T, D = (1; 0, 0, 3)^T$ (Koordinatenangaben bezüglich eines kartesischen Koordinatensystems $(P; \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$). (2P)

b) Unter den Flächenvektoren eines Tetraeders versteht man Vektoren, die auf den Seitenflächen senkrecht stehen und deren Betrag die Maßzahl des Inhalts der Seitenflächen ist. Man zeige, daß die Summe der nach außen weisenden Flächenvektoren eines Tetraeders den Nullvektor ergibt! (4P)

Aufgabe 2

Berechnen Sie den Flächeninhalt eines Parallelogramms mit den Diagonalen

$$\mathbf{x} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}, \qquad \mathbf{y} = 4\mathbf{a} - 5\mathbf{b},$$

wobei $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ Einheitsvektoren des Raumes bezeichnen und $\sphericalangle(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 45^\circ$ sei. (4P)

Aufgabe 3

Es sei $L = V + \lambda\mathbf{w}$ $(\lambda \in \mathbb{R})$ eine Gerade im $\mathbb{R}^n$. Man zeige, dass der Abstand eines Punktes $U \in \mathbb{R}^n$ von der Geraden L gegeben ist durch

$$d(U, L) = \sqrt{\|V - U\|^2 - \frac{\langle V - U, \mathbf{w}\rangle^2}{\|\mathbf{w}\|^2}},$$

dass er im Geradenpunkt

$$X = V - \frac{\langle V - U, \mathbf{w}\rangle}{\|\mathbf{w}\|^2}\,\mathbf{w}$$

angenommen wird und dass für $U \notin L$ die Verbindungsgerade von U und X orthogonal zu L ist. (4P)

Aufgabe 4

Es seien

$$E: \begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & -3 \\ 2x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & = & 6 \\ & & & & 2x_3 & - & 3x_4 & = & -6 \end{array}$$

und

$$E': \begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & - & 3x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & -3 \\ -x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & -3 \end{array}$$

Unterräume des R_4. Man berechne das Lot von E auf E', $d(E, E')$ und (falls sie eindeutig bestimmt sind) die Fußpunkte des Lotes. (8P)

Abgabetermin: Bis Montag, den 08.05.2006, 10.15 Uhr Briefkästen LE 4. Etage