

Übungen Lineare Algebra II
(Blatt 9)

Aufgabe 1

Man berechne eine Normalform der Fläche 2. Ordnung

$$T : x^2 + y^2 + 16z^2 + 8xz + 2x - 2y + 2z = 0$$

und fertige eine Skizze der Fläche im x, y, z -Koordinatensystem an. (8P)

Aufgabe 2

Bestimmen Sie eine Normalform der Hyperfläche 2. Ordnung

$$T : x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_4^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_4 + 12x_2x_4 + 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0$$

des R_4 unter Angabe der hierfür notwendigen Koordinatentransformationen. (8P)

Aufgabe 3

Sei V ein Vektorraum über K und φ eine symmetrische Bilinearform auf V . Dann ist $f : V \rightarrow K$ mit $f(\mathbf{x}) := \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ eine quadratische Form auf V . Man zeige (falls $1 + 1 \neq 0$ in K gilt):

a) $f(\alpha\mathbf{x}) = \alpha^2 f(\mathbf{x})$ für alle $\mathbf{x} \in V, \alpha \in K$.

b) $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{2}(f(\mathbf{x} + \mathbf{y}) - f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y}))$. (3P)

Aufgabe 4

Man beweise:

Sei $0 < a < e$, $b := \sqrt{e^2 - a^2}$ und $F_1, F_2 \in R_2$ mit $d(F_1, F_2) = 2e$. Dann existiert ein kartesisches Koordinatensystem S , so dass

$$|d(X, F_1) - d(X, F_2)| = 2a \iff \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Dabei sei $(X)_S = (1; x, y)^T$ bzgl. S . (4P)

Abgabetermin: Bis Montag, den 26.06.2006, 10.15 Uhr Briefkästen LE 4. Etage