Universität Duisburg-Essen
Campus Duisburg
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. G. Plonka-Hoch

WS 2009/10

Übungen Numerische Mathematik I
(Blatt 6)

Aufgabe 21

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass für diese Matrix das Jacobi- und das Gauß-Seidel-Verfahren konvergieren und entscheiden Sie, welches Verfahren vorzuziehen ist. Verfizieren Sie dies numerisch mit den entsprechenden Maple-Prozeduren. (5 Punkte)

Aufgabe 22

Es sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ |a| & 1 \end{pmatrix}$$

($a \in \mathbb{R}$) gegeben. Bestimmen Sie alle Werte a, für die das

a) Jakobi-Verfahren,

b) Gauß-Seidel-Verfahren konvergiert. (4 Punkte)

Aufgabe 23

Es sei $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine Matrix deren Einträge sämtlich nichtnegativ sind und sei eine Konstante $\alpha > \rho(\mathbf{A})$ gegeben. Zeigen Sie, dass dann $(\alpha \cdot \mathbf{I}_n - \mathbf{A})$ regulär ist und

$$(\alpha \cdot \mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1} \geq \mathbf{0}$$

gilt. (4 Punkte)

Aufgabe 24

Zeigen Sie: Ist $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n} \setminus \{\mathbf{0}\}$ (zeilenweise) diagonaldominant, dann sind alle Hauptminoren von $\mathbf{A}$ invertierbar. (4 Punkte)

Abgabetermin: 30.11.2009 (in der Vorlesung)