

Übungen Numerische Mathematik I
(Blatt 7)

Aufgabe 25

Zeigen Sie, dass es Relaxationsparameter ω gibt, für die das Relaxationsverfahren zur Matrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ konvergiert! (4 Punkte)

Aufgabe 26

Sei

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

gegeben. Weisen Sie nach, dass es keinen Relaxationsparameter $w \in \mathbb{R}$ gibt, für den das Relaxationsverfahren zur Matrix \mathbf{A} konvergiert. (4 Punkte)

Aufgabe 27

Es sei

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix}$$

mit $\frac{1}{2} < a < 1$ gegeben.

- Zeigen Sie, dass \mathbf{A} positiv definit ist.
- Bestimmen Sie die Matrix $\mathbf{J} = \mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$ für das Gesamtschrittverfahren.
- Zeigen Sie, dass das Gesamtschrittverfahren zur Lösung des Gleichungssystems $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ divergent ist. (4 Punkte)

Aufgabe 28

Man zeige: Die Matrix $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_m \end{pmatrix}, \quad (m \geq 2)$$

ist genau dann positiv definit, wenn nicht alle t_i , $i = 1, \dots, m$, gleich sind. (4 Punkte)

Abgabetermin: 07.12.2009 (in der Vorlesung)