

Übungen Numerische Analysis (Blatt 1)

Aufgabe 1

Die folgende Wertetabelle stammt von einem Polynom P .

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
y_i	1	1.2129	1.4624	1.7629	2.1264	2.5625	3.0784	3.6789	4.3664	5.1409

- Finden Sie anhand des Newton-Schemas heraus, um welchen Polynomgrad von P es sich hier handelt.
- Wie sieht P in Monomdarstellung aus?
- Berechnen Sie $P(-0.1)$ und $P(10)$.

Aufgabe 2

Einer vierstelligen Tafel des Wahrscheinlichkeitsintegrals $\Phi(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^x e^{-t^2} dt$ entnimmt man die Werte

x	1.4	1.5	1.6	1.7
$\Phi(x)$	0.9523	0.9661	0.9763	0.9838

Berechnen Sie durch Polynom-Interpolation dieser Werte eine Näherungswert für $\Phi(1.43)$. Verwenden Sie den Algorithmus von Aitkin bzw. von Neville.

Aufgabe 3

Zu den verschiedenen Stützstellen $x_0, \dots, x_n$ seien $l_k(x)$ die Lagrange-Polynome. Man zeige:

- $$\sum_{k=0}^n x_k^j l_k(0) = \begin{cases} 1 & \text{für } j = 0, \\ 0 & \text{für } j = 1, 2, \dots, n, \\ (-1)^n x_0 x_1 \dots x_n & \text{für } j = n + 1. \end{cases}$$
- $$\sum_{k=0}^n l_k \equiv 1.$$

Aufgabe 4

Gegeben seien die äquidistanten Stützstellen $x_i = x_0 + i \cdot h$, $h > 0$ und die zugehörigen Stützwerte y_i , $i \geq 0$.

Man zeige, dass

$$[y_i, \dots, y_{i+k}] = \frac{1}{h^k k!} \Delta^k y_i$$

gilt, wobei die Vorwärtsdifferenz definiert ist durch

$$\begin{aligned} \Delta^0 y_i &:= y_i \\ \Delta^k y_i &:= \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i \quad k \geq 1. \end{aligned}$$

Abgabetermin: 31.10.2007 (in der Vorlesung)