

Übungen Numerische Analysis
(Blatt 6)

Aufgabe 21

Man nutze den Satz 1.38 zur Berechnung des B-Splines $N_{i,3}(t)$ für eine beliebige vorgegebene Knotenfolge

$$-\infty < x_i < x_{i+1} < x_{i+2} < x_{i+3} < \infty. \quad (3P.)$$

Aufgabe 22

Die Funktion $f \in C^2[a, b]$ wird an den äquidistanten Stützstellen $x_k = a + k \cdot h$ ($k = 0, \dots, 3$) mit $h = \frac{b-a}{3}$ durch eine kubische Splinefunktion $s \in S_4(X)$ (mit $X = \{x_k\}$) interpoliert. Als Endbedingungen für die Berechnung von s verwende man die Hermite-Endbedingungen.

Man leite Formeln zur genäherten Berechnung der ersten Ableitung von $f(x)$ an den Stellen x_k ($k = 1, 2$) her indem man $f'(x_k) \approx s'(x_k)$ nutzt.

Man wende die erhaltenen Formeln zur Berechnung der Ableitungen von e^x im Intervall $[0, 1/4]$ an! (7P.)

Aufgabe 23

Man erstelle eine Prozedur, die für die gegebenen Daten $-\infty < x_0 < x_1 \dots < x_N < \infty$ und $y_0, \dots, y_N \in \mathbb{R}$ eine kubische Spline-Interpolante s berechnet, so dass $s(x_k) = y_k$ $k = 0, \dots, N$ und $s''(x_0) = s''(x_N) = 0$ erfüllt ist.

Man stelle für das Beispiel $N = 10$,

$$x_k = -5 + k, \quad y_k = \frac{1}{25 + x_k^2} \quad (k = 0, \dots, 10)$$

die Spline-Interpolante graphisch dar! (6P.)

Aufgabe 24

Man zeige, dass für die Ableitung von $N_{i,m}$ für $m \geq 3$ gilt

$$N'_{i,m}(t) = (m-1) \left(\frac{N_{i,m-1}(t)}{x_{i+m-1} - x_i} - \frac{N_{i+1,m-1}(t)}{x_{i+m} - x_{i+1}} \right). \quad (4P.)$$

Abgabetermin: 05.12.2007 (in der Vorlesung)