

Übungen Numerische Analysis
(Blatt 9)

Aufgabe 33

Bestimmen Sie mit Hilfe des Remez-Algorithmus je ein Polynom $p_5 \in \Pi_5$ bester gleichmäßiger Approximation für die Funktionen

- a) $f(x) = e^x$ im Intervall $[-1, 1]$,
- b) $f(x) = \arctan x$ im Intervall $[0, 2]$.

Wählen Sie als Startreferenz die Tschebyscheff-Knoten und geben Sie mindestens 100 Funktionswerte von f vor. Wie sieht in a) und b) die Endreferenz aus?

Stellen Sie jeweils $f(x)$, $p_5(x)$ und $\delta(x) = p_5(x) - f(x)$ graphisch dar! (6P.)

Aufgabe 34

Führen Sie handschriftlich und exakt den Remez-Algorithmus zur Berechnung der besten Approximation $p \in \Pi_1$ an $f(x) = x^3$ bzgl. $\|\cdot\|_\infty$ in $[0, 1]$ aus. Verwenden Sie als Startalternante $(0, 1/2, 1)$ und iterieren Sie bis zur wahren Lösung. (6P.)

Aufgabe 35

Man zeige: Ist $f \in C([-a, a])$ symmetrisch, d.h. $f(x) = f(-x)$, und ist

$$-a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_{N+1} \leq a$$

eine symmetrische Startreferenz, d.h. $x_j = -x_{N+1-j}$ $j = 0, \dots, N+1$, so gilt für N gerade, dass ein Polynom $p_N \in \Pi_N$ existiert, so dass

$$p_N(x_k) - f(x_k) = 0 \quad k = 0, \dots, N+1,$$

d.h., die Referenzabweichung h ist Null. (3P.)

Aufgabe 36

Man zeige:

Die Bernsteinpolynome $b_k^n(t)$, $k = 0, \dots, n$ sind linear unabhängig und bilden eine Basis von Π_n . (3P.)

Abgabetermin: 09.01.2008 (in der Vorlesung)