Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. G. Plonka-Hoch WS 2006/07

Numerische Methoden der Signal- und Bildverarbeitung

(Blatt 6)

Aufgabe 1

Man gebe eine Faktorisierung von $\mathbf{C}_8^{IV}$ in fast orthogonale Matrizen an, so dass jeder Matrixfaktor höchstens 2 von Null verschiedene Einträge pro Zeile hat. Man gebe die notwendige Zahl der Additionen und Multiplikationen zur Berechnung von $\mathbf{C}_8^{IV}\mathbf{x}$ mit $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^8$ unter Ausnutzung der gefundenen Faktorisierung von $\mathbf{C}_8^{IV}$ an.

Aufgabe 2

Man berechne für folgende Vektoren $\mathbf{x}$ die diskrete Kosinustransformation $\mathbf{C}_8\mathbf{x}$, wobei $\mathbf{C}_8 \in \{\mathbf{C}_8^I, \mathbf{C}_8^{II}, \mathbf{C}_8^{III}, \mathbf{C}_8^{IV}\}$.

a) $\mathbf{x} = (3.65, 4.95, 4.36, 3.50, 2.55, 1.69, 1.10, 0.63)^T$

b) $\mathbf{x} = (4.24, 5.59, 4.46, 2.94, 1.41, 0.26, -0.32, -0.33)^T$

c) $\mathbf{x} = (4.79, 4.49, 3.94, 3.22, 2.44, 1.72, 1.17, 0.87)^T$

d) $\mathbf{x} = (5.89, 5.10, 3.72, 2.15, 0.77, -0.10, -0.38, -0.19)^T$.

Durch welche Transformation werden die angegebenen Vektoren am besten dekorreliert?

Aufgabe 3

Man zeige: Eine (2×2)-Matrix $\mathbf{A}$ ist genau dann orthogonal wenn eine Zahl w mit $-\pi < w \leq \pi$ existiert, so dass

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos w & -\sin w \\ \varepsilon \sin w & \cos w \end{pmatrix}$$

wobei $\varepsilon \in \{1, -1\}$.

Aufgabe 4

a) Man berechne die Eigenwerte der Matrix $\mathbf{C}_8^{II}$ und stelle ihre Lage graphisch dar.

b) Man zeige: Die Eigenwerte einer orthogonalen Matrix liegen auf dem Einheitskreis.

Abgabetermin: 04.12.2006, in der Vorlesung.