

Numerische Methoden der Signal- und Bildverarbeitung

(Blatt 7)

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass für eine beliebige Diagonalmatrix $\mathbf{D}_N = \text{diag}(\mathbf{d}_N)$ mit $\mathbf{d}_N := (d_0, \dots, d_{N-1})^T \in \mathbb{R}^N$ und die Gegenidentität $\mathbf{J}_N$ die Beziehung

$$\mathbf{J}_N \cdot \text{diag}(\mathbf{J}_N \cdot \mathbf{d}_N) = \text{diag}(\mathbf{d}_N) \cdot \mathbf{J}_N$$

gilt!

Aufgabe 2

Man zeige: Bei der Nutzung von Algorithmus 1 (DCT-II, N) und Algorithmus 2 (DCT-IV, N) zur Berechnung der trigonometrischen Transformationen $\sqrt{N} \mathbf{C}_N^{II} \mathbf{x}$ bzw. $\sqrt{N} \mathbf{C}_N^{IV} \mathbf{x}$ (mit $N := 2^t, t \geq 2$) werden die folgenden Anzahlen von Multiplikationen benötigt:

$$\begin{aligned} \mu(\sqrt{N} \mathbf{C}_N^{II}) &= Nt - \frac{4}{3}N + \frac{1}{3}(-1)^t + 1 \\ \mu(\sqrt{N} \mathbf{C}_N^{IV}) &= Nt + \frac{2}{3}N - \frac{2}{3}(-1)^t. \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Schreiben Sie eine MATLAB-Prozedur für die schnelle Berechnung der inversen diskreten Kosinustransformation vom Typ II (IDCT-II (N)) für $N = 2^t, t \geq 2$.

Wenden Sie diese Prozedur zur Berechnung von $\mathbf{C}^{III} \mathbf{x}$ mit

a) $\mathbf{x} = (0, 1, 2, 3, 4, \dots, 255)^T \in \mathbb{R}^{256}$

b) $\mathbf{x} = (1, -1, 1, -1, \dots, -1)^T \in \mathbb{R}^{512}$

an und stellen Sie die resultierenden Vektoren graphisch dar!

Aufgabe 4

Schreiben Sie eine MATLAB-Prozedur zur schnellen Berechnung der zweidimensionalen diskreten Kosinus-Transformation (DCT-II (M,N)) nach dem Zeilen-Spalten Verfahren und wenden Sie diese Prozedur auf die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 16 & 21 & 25 & 27 & 27 & 27 & 27 \\ 16 & 23 & 25 & 28 & 31 & 28 & 28 & 28 \\ 22 & 27 & 32 & 35 & 30 & 28 & 28 & 28 \\ 31 & 33 & 34 & 32 & 32 & 31 & 31 & 31 \\ 31 & 32 & 33 & 34 & 34 & 27 & 27 & 27 \\ 33 & 33 & 33 & 33 & 32 & 29 & 29 & 29 \\ 34 & 34 & 33 & 35 & 34 & 29 & 29 & 29 \\ 34 & 34 & 33 & 33 & 35 & 30 & 30 & 30 \end{pmatrix}$$

an!

Abgabetermin: 11.12.2006, in der Vorlesung.