Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. G. Plonka-Hoch

WS 2006/07

Numerische Methoden der Signal- und Bildverarbeitung

(Blatt 8)

Aufgabe 1

Man wende auf das Bild Shannon_2.jpg die folgende Prozedur zur Kompression an:

a) Teile das Bild in (8×8)-Blöcke und wende auf jeden Block die zweidimensionale Kosinustransformation an!

b) Multipliziere jeden transformierten Block mit der Quantisierungsmatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Dies entspricht einer Komprimierung auf 10/64 der Werte.

c) Man wende die inverse zweidimensionale Kosinustransformation an, um das dekomprimierte Bild zurückzugewinnen.

Aufgabe 2

Man zeige, dass die Hutfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & x \in [0, 1) \\ 0 & x \notin [-1, 1) \end{cases}$$

eine Zweiskalengleichung der Form $f(x) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} a_n f(2x - n)$ erfüllt und bestimme die Folge (a_n).

Aufgabe 3

Es sei $\psi_{j,k}(x) := 2^{j/2}\psi(2^j x - k), \quad j, k \in \mathbb{Z}$ und

$$\psi(x) := \begin{cases} 1 & x \in [0, 1/2), \\ -1 & x \in [1/2, 1). \end{cases}$$

Man zeige, dass $\{\psi_{j,k} : j, k \in \mathbb{Z}\}$ eine orthonormale Basis von $L^2(\mathbb{R})$ bildet.

Aufgabe 4

Es seien $V_{j-1} \subset V_j$ abgeschlossene Teilräume des L^2. Es sei P_j ein Projektor von L^2 auf V_j, d.h. $P_j f = P_j^2 f \; \forall f \in L^2$. Man zeige, dass $Q_{j-1} := P_j - P_{j-1}$ genau dann ebenfalls ein Projektor ist, wenn $P_{j-1}P_j = P_{j-1}$ gilt.

Abgabetermin: 18.12.2006, in der Vorlesung.