

## Numerische Methoden der Signal- und Bildverarbeitung

### (Blatt 4)

#### Aufgabe 1

Man gebe eine Faktorisierung von  $\mathbf{C}_8^{IV}$  in fast orthogonale Matrizen an, so dass jeder Matrixfaktor höchstens 2 von Null verschiedene Einträge pro Zeile hat. Man gebe die notwendige Zahl der Additionen und Multiplikationen zur Berechnung von  $\mathbf{C}_8^{IV} \mathbf{x}$  mit  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^8$  unter Ausnutzung der gefundenen Faktorisierung von  $\mathbf{C}_8^{IV}$  an. (4P)

#### Aufgabe 2

Man berechne für folgende Vektoren  $\mathbf{x}$  die diskrete Kosinustransformation  $\mathbf{C}_8 \mathbf{x}$ , wobei  $\mathbf{C}_8 \in \{\mathbf{C}_8^I, \mathbf{C}_8^{II}, \mathbf{C}_8^{III}, \mathbf{C}_8^{IV}\}$ .

- a)  $\mathbf{x} = (3.65, 4.95, 4.36, 3.50, 2.55, 1.69, 1.10, 0.63)^T$
- b)  $\mathbf{x} = (4.24, 5.59, 4.46, 2.94, 1.41, 0.26, -0.32, -0.33)^T$
- c)  $\mathbf{x} = (4.79, 4.49, 3.94, 3.22, 2.44, 1.72, 1.17, 0.87)^T$
- d)  $\mathbf{x} = (5.89, 5.10, 3.72, 2.15, 0.77, -0.10, -0.38, -0.19)^T$ .

Durch welche Transformation werden die angegebenen Vektoren am besten dekorreliert? (4P)

#### Aufgabe 3

Man zeige: Bei der Nutzung von Algorithmus 1 (DCT-II, N) und Algorithmus 2 (DCT-IV, N) zur Berechnung der trigonometrischen Transformationen  $\sqrt{N} \mathbf{C}_N^{II} \mathbf{x}$  bzw.  $\sqrt{N} \mathbf{C}_N^{IV} \mathbf{x}$  (mit  $N := 2^t, t \geq 2$ ) werden die folgenden Anzahlen von Multiplikationen benötigt:

$$\begin{aligned} \mu(\sqrt{N} \mathbf{C}_N^{II}) &= Nt - \frac{4}{3}N + \frac{1}{3}(-1)^t + 1 \\ \mu(\sqrt{N} \mathbf{C}_N^{IV}) &= Nt + \frac{2}{3}N - \frac{2}{3}(-1)^t. \end{aligned} \quad (4P)$$

#### Aufgabe 4

- a) Man berechne die Eigenwerte der Matrix  $\mathbf{C}_8^{II}$  und stelle ihre Lage graphisch dar.
- b) Man zeige: Die Eigenwerte einer orthogonalen Matrix liegen auf dem Einheitskreis. (4P)

**Abgabetermin:** 20.05.2009, in der Vorlesung.