Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. G. Plonka-Hoch SS 2009

Numerische Methoden der Signal- und Bildverarbeitung

(Blatt 6)

Aufgabe 1

Es sei $H(w) = \sum_{n=N_0}^{N_1} h_n e^{-iwn} = e^{iN_0 w} \sum_{n=0}^{N} \tilde{h}_n e^{-iwn}$ (mit $N = N_1 - N_0$, $\tilde{h}_n = h_{n+N_0}$) ein trigonometrisches Polynom. Dann sind die folgenden Aussagen äquivalent:

(1) $H^{(k)}(\pi) = 0 \quad k = 0, 1, 2, \ldots, m-1$;

(2) $\sum_{n=0}^{N} \tilde{h}_n \, (-1)^n \, n^k = 0 \quad k = 0, 1, \ldots, m-1$;

(3) Es existiert ein trigonometrisches Polynom $L(w)$, so dass

$$H(w) = \left(\frac{1 + e^{-iw}}{2}\right)^m \cdot L(w). \qquad (4P)$$

Aufgabe 2

Stellen Sie den Amplitudengang der Daubechies-Filter D_4 (4 Koeffizienten) und D_{20} (20 Koeffizienten) graphisch dar und ziehen Sie einen Vergleich! (4P)

Aufgabe 3

Finden Sie einen Filter $H(w)$ der Form

$$H(w) = \left(\frac{1 + e^{-iw}}{2}\right)^2 \cdot L(w)$$

mit $L(w) = a + b \cdot e^{-iw}$, so dass $H(w)$ die notwendige Bedingung des Zweiskalen-Symbols einer orthonormalen Skalierungsfunktion $|H(w)|^2 + |H(w+\pi)|^2 = 1$ erfüllt. Lässt sich außerdem noch die Normierungsbedingung $H(0) = 1$ erfüllen? (4P)

Aufgabe 4

Geben Sie die Übertragungsfunktion, den Amplitudengang und den Phasengang des linearen Filters mit der Impulsantwort $\{h(k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ an, wobei

$$h(-2) = h(6) = \frac{3}{128}, \; h(-1) = h(5) = -\frac{3}{64},$$
$$h(0) = h(4) = -\frac{1}{8}, \; h(1) = h(3) = \frac{19}{64}, \; h(2) = \frac{45}{64}.$$

Stellen Sie den Amplitudengang des Filters graphisch dar!
Um was für einen Filter handelt es sich? (4P)

Abgabetermin: 03.06.2009, in der Vorlesung.